

PS10: การวิเคราะห์เชิงเรขาคณิตของการชนกันของนิวเคลียสที่พลังงานสูง

*รพพน พิช่า¹

¹สถาบันเทคโนโลยีนิวเคลียร์แห่งชาติ (องค์การมหาชน) 16 ถ. วิภาวดีรังสิต จตุจักร กทม. 10900

โทรศัพท์ 02-5967600 โทรสาร 02-5790220 E-Mail: aeroppon@gmail.com

บทคัดย่อ

งานนี้เป็นการวิเคราะห์ลักษณะของการชนกันของไอออนหนักที่พลังงานสูงที่มีขึ้นภายในเครื่องเร่งอนุภาค โดยใช้พารามิเตอร์จากวรรณกรรมที่วัดมาจากการทดลองมาคำนวณหาลักษณะในเชิงเรขาคณิต เช่น ความหนาแน่น ความซ้อนทับ และ จำนวนนิวคลีออนที่เกี่ยวข้องในการชนแบบสมมาตรของไอออนหนักสามคู่ คือ ทองแดง-63 ทองคำ-197 และ ตะกั่ว-208 ซึ่งเป็นไอออนที่ใช้ทดลองที่เครื่องเร่งอนุภาค RHIC และ LHC เราจะมองถึงภาวะที่สำคัญต่อสมบัติของควาร์ก-กลูออน พลาสมา คือ ความหนาแน่นตอนเริ่มต้น ผลการคำนวณได้แสดงให้เห็นว่าเมื่อพลังงานเพิ่มจากพลังงานของ RHIC (100 GeV ต่อ นิวคลีออน) ไปที่พลังงานของ LHC (2.75 TeV ต่อ นิวคลีออน) ค่าการชนแบบสองนิวคลีออนจะมีค่าเพิ่มขึ้นอย่างน้อยเป็นเท่าตัว เนื่องด้วยค่าภาคตัดขวางการชนแบบไม่ยืดหยุ่นที่สูงขึ้นตามพลังงาน

คำสำคัญ: ทฤษฎีสัมพัทธภาพ ไอออนหนัก อนุภาค มิติ

Geometric Analysis of Relativistic Ion Collisions

*Roppon Picha¹

¹Thailand Institute of Nuclear Technology, 16 Vibhavadi Rangsit Rd., Chatuchak, Bangkok 10900

Phone: 0 2222 6666, Fax: 0 2222 8888, E-Mail: aeroppon@gmail.com

Abstract

In this study, aspects regarding the geometry of heavy ion collisions were discussed and calculations of participating nucleons and collisions were made. The nuclei were modeled with a diffuse edge density function (Woods-Saxon). Collision systems of Cu-63, Au-197, and Pb-208, which are some of the species studied at RHIC and LHC high-energy particle colliders, were analyzed. From the input parameters, the number of binary collisions, which affects the number of particles produced in the event, was calculated. The calculations showed that as the energy of collision increases from RHIC (100 GeV/nucleon) to LHC (2.75 TeV/nucleon) energies, the number of collisions will increase by at least one fold, largely due to the large inelastic cross section at the high energy regime.

Keywords: Special Relativity, heavy ions, particles, geometry

1. บทนำ

ในการศึกษานี้เราศึกษาถึงมิติของการชนไอออนหนัก ซึ่งมีผลต่อขอบเขตของโมเมนตัมต่ำ ดังเช่นผลต่อการขยายแบบหมู่ (collective expansion) ซึ่งทำให้เกิดสิ่งที่เรียกว่าการไหลแบบไม่เท่าเทียม (anisotropic flow) [Ollitrault1998] คำมิตินี้ยังมีผลนอกเหนือย่านโมเมนตัมต่ำด้วย ดังจะเห็นได้จากการสูญเสียพลังงานของพาร์ตอนที่มีโมเมนตัมสูง [Adams2004] การวิเคราะห์เชิงเรขาคณิตจึงเป็นพื้นฐานที่สำคัญในการทำความเข้าใจกับระบบของการชนไอออนหนักที่พลังงานสูง

สองแรงพื้นฐานในธรรมชาติเป็นแรงภายในนิวเคลียส เรียกว่าแบบ strong และ weak ซึ่งมีระยะสั้น เป็นแรงที่เกี่ยวข้องโดยตรงกับการเปลี่ยนแปลงชนิดของนิวคลีออน ในการสลายตัวโดยให้รังสีบีตา และเป็นแรงที่ยึดเหนี่ยวนิวคลีออนไว้ด้วยกันภายในนิวเคลียส แรงนิวเคลียร์มีความแรงสูง แต่เป็นแรงที่เรายังไม่เข้าใจอย่างครบถ้วน โดยเฉพาะกลไกของสภาวะการกักเก็บ (confinement) ของควาร์ก ซึ่งเป็นพื้นฐานของธรรมชาติ แต่เรายังไม่เข้าใจว่าทำไมการกักเก็บจึงมีอยู่ ทฤษฎีของแรงทางนิวเคลียร์ เป็นหัวข้อของรางวัลโนเบลสาขาฟิสิกส์ในปี ค.ศ. 2004 [Gross1973, Politzer1973].

เป้าหมายหลักของการนำไอออนมวลหนักมาชนกันที่พลังงานสูงคือการศึกษากาวิวัฒนาการของสภาวะของสสารนิวเคลียร์ที่ขยายตัวและเปลี่ยนสถานะจากพลาสมาของพาร์ตอน ที่เต็มไปด้วยอนุภาคที่มีประจุแบบสี (color charge) กลับไปเป็นก๊าซแฮดรอน ที่เป็นกลาง (color neutral) สภาวะที่ถูกสร้างขึ้นจากการชนกันนี้ มีอุณหภูมิ และ ความหนาแน่นของพลังงานสูงมาก [BRAHMS, PHOBOS, STAR, PHENIX] โดยใช้เครื่องเร่งอนุภาคพลังงานสูง เป็นการสร้างพลาสมาที่ไม่มีในสภาวะปกติบนโลก ในสภาวะอุณหภูมิที่ต่างไปจากการสร้างพลาสมาของไอออน และอิเล็กตรอนในปฏิกิริยานิวเคลียร์ฟิวชัน นับเป็นการทดลองที่มีความเฉพาะทางสูง และให้โอกาสในการศึกษาสสารนิวเคลียร์ภายใต้อุณหภูมิสูงบนโลกได้

ทฤษฎี Quantum Chromodynamics (QCD) ได้ทำนายการเปลี่ยนสถานะจากสสารซึ่งประกอบด้วยแฮดรอน ไปเป็นควาร์กและกลูออน หากมีอุณหภูมิสูงพอ [Shuryak1978, Bjorken1983, Karsch2002] ภาวะของพลาสมาควาร์กและกลูออนนี้ สามารถถูกศึกษาได้ในรายละเอียดเพียงในเครื่องเร่งอนุภาคเท่านั้น การสร้างอนุภาคใหม่ๆ จากการชนเหล่านี้ นับเป็นปรากฏการณ์ที่มีความเป็นหนึ่งเดียวที่มนุษย์สามารถเข้าศึกษาได้ ทุกวันนี้เรามีข้อมูลจากการชนของไอออนหนักจากหลายการทดลอง โดยมีศูนย์ใหญ่อยู่ที่ Brookhaven lab ในสหรัฐอเมริกา และ CERN ในยุโรป

เครื่องเร่งอนุภาคเป็นอุปกรณ์ที่มีความเฉพาะตัวในการวิเคราะห์สสารที่พลังงานสูง แต่มีขนาดเล็กในระดับฟิโตเมตร ในการชนที่ RHIC และ LHC และเครื่องเร่งอนุภาคขนาดใหญ่อื่นๆ พลังงานจลน์เป็นไปตามทฤษฎีสัมพัทธภาพ $KE = E - mc^2$ ไม่ว่าจะเป็นอนุภาคมูลฐานเช่นอิเล็กตรอน หรือ นิวเคลียสขนาดใหญ่ ถึงแม้ว่าการชนกันของไอออนหนักนั้น จะมีฟิสิกส์ที่ใกล้เคียง

กับการวิจัยฟิสิกส์อนุภาค แต่แท้ที่จริง แล้ว ฟิสิกส์ของไอออนหนักพลังงานสูงนี้มีเป้าหมายที่ต่างออกไป นั่นก็คือการศึกษาสมบัติของสสารในระดับใหญ่ เปรียบเหมือนการศึกษาน้ำโดยรวม แทนที่จะเน้นดูที่ส่วนประกอบของน้ำว่าเป็นไฮโดรเจนกับออกซิเจน ไม่เน้นที่การชนในตัวมันเอง แต่เป็นการศึกษาว่าเมื่อการชนเกิดขึ้นแล้ว สภาวะต่อไปที่ตามมาเป็นอย่างไร มีลักษณะเช่นไร อุณหภูมิเท่าใด มีความไม่ต่อเนื่อง (discontinuities) ที่ใดบ้าง มีการแสดงสมบัติของกลุ่มก้อน (collectivity) หรือไม่ การจะสร้างเทคโนโลยีใหม่ต่างก็ต้องทราบพื้นฐานหลักก่อน เช่นการทำอะไรที่เกี่ยวข้องกับอิเล็กทรอนิกส์ การเหินขวานไฟฟ้า ก็ต้องทราบถึงโครงสร้างของชั้นอิเล็กตรอน ก่อน

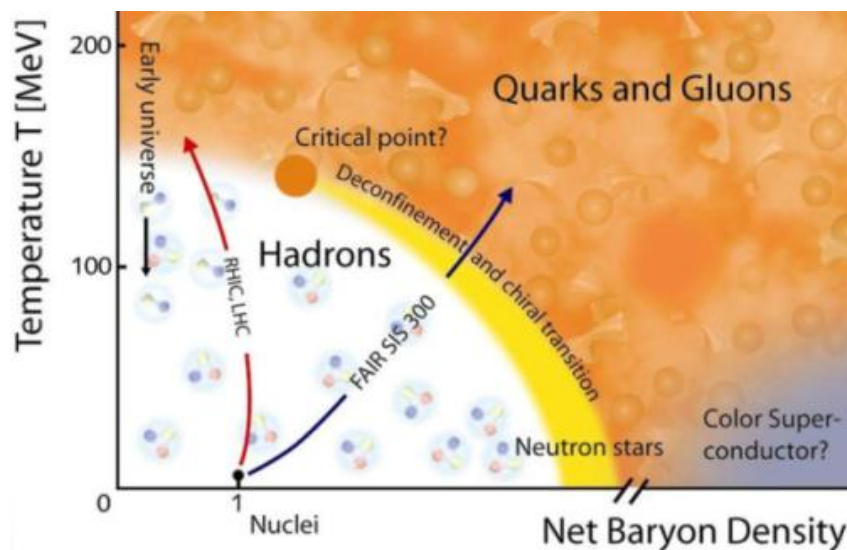


Figure 1: แผนผังสถานะ (phase diagram) ของสสารฮาดรอน

การเปลี่ยนแปลงสถานะของสสารพาร์ตอน (แสดงใน Fig. 1) ก็เปรียบเทียบบเหมือนการที่น้ำเปลี่ยนสถานะ เมื่อมีการให้ความร้อนเข้าไป หรือดึงความร้อนออกจากระบบ น้ำสามารถเปลี่ยนจากน้ำแข็ง เป็นน้ำ และเป็นไอ โดยมีจุดที่เรียกว่า จุดวิกฤต (critical point) ซึ่งทั้งสามสถานะอยู่รวมกันได้ เราคาดว่าเมื่อก๊าซฮาดรอนแตกตัวเป็นพลาสมาของควาร์กและกลูออน จำนวนอนุภาคก็จะเพิ่มขึ้นมากเป็นเวลาเสี้ยววินาที ในธรรมชาตินั้น ดาวนิวตรอน มีความหนาแน่นสูง แต่มีอุณหภูมิต่ำ ในขณะที่จักรวาลหลังจาก Big Bang มีความหนาแน่นของบาริออนเป็นศูนย์ แต่มีอุณหภูมิที่สูง ทั้งสองตัวอย่างเป็นสถานะของพลาสมาของควาร์ก-กลูออน ที่ตำแหน่งบนไดอะแกรมสถานะ (Phase diagram) ที่ต่างกัน แต่ QGP ที่เราจะศึกษาได้ เป็นระบบที่ถูกสร้างขึ้นโดยการชนกันของไอออนหนัก

2. ขนาดที่เกี่ยวข้อง

หัวข้อย่อย 2.1 ขนาดของการชนไอออนหนัก

การชนของไอออนหนักที่พลังงานสูง จะทำให้เกิดอนุภาคใหม่ๆ เป็นร้อย เป็นพันตัว ต่อการชนหนึ่งครั้ง ภาพใน Fig. 2 แสดงให้เห็นถึงเส้นทางของอนุภาคแต่ละตัวที่เครื่องวัด STAR ที่ RHIC วัดได้ เครื่องวัดนอกจากจะบอกจำนวนอนุภาคแล้ว ยังสามารถแยกลักษณะของอนุภาคชนิดต่างๆ ได้อีกด้วย ฟิสิกส์ของการชนกันของไอออนหนักในที่นี้ เราใช้ไอออนของไอออนที่มีความเสถียรสูง เช่น ทองคำ และ ตะกั่ว ซึ่งนิวเคลียสของไอออนเหล่านี้มีเลขมวลประมาณ 200 และมีรัศมีราว 7 เฟมโตเมตร (fm) ซึ่งวัดได้จากการกระเจิงของอนุภาคแอลฟา (Rutherford scattering) หรืออิเล็กตรอน (Hofstadter scattering) เราเรียกระบบของไอออนเหล่านี้ว่าเป็นระบบที่ใหญ่ หากเทียบกับระบบการชนของโปรตอน หรือ อิเล็กตรอน ในเครื่องเร่งอนุภาคพลังงานสูงอื่นๆ แต่ทว่าก็เป็นขนาดเล็กกว่าอะตอม เป็นหมื่นเป็นแสนเท่า

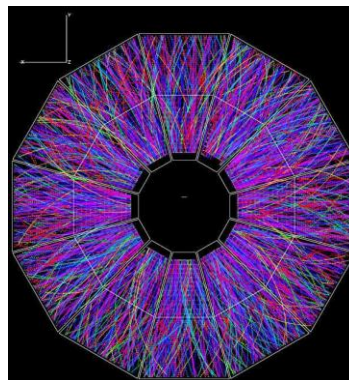


Figure 2: เหตุการณ์การชนของไอออนทอง ที่เครื่องเร่งอนุภาค RHIC ในเครื่องวัด STAR

หากความหนาแน่นของนิวเคลียสที่มีเลขอะตอม Z มีค่า $\rho(r')$ โดย r' เป็นระยะห่างจากศูนย์กลางของนิวเคลียส เราสามารถเขียนประจุ (infinitesimal charge element) ได้ว่า $dq = Ze\rho(r')d^3r'$ โดย e คือค่าประจุไฟฟ้าของอิเล็กตรอน, d^3r' คือหน่วยปริมาตรย่อย (infinitesimal volume element) ส่วนความหนาแน่นของนิวเคลียสให้เป็นค่าคงที่

$$\frac{A}{V} = \frac{A}{4\pi R^3/3} = \text{constant}$$
$$R \propto \sqrt[3]{A}$$

โดยค่าคงที่ (proportionality constant) มีค่าราว 1.2 fm ดังนั้นจะได้ว่า $R_{\text{Cu}} = 4.77 \text{ fm}$, $R_{\text{Au}} = 6.98 \text{ fm}$, $R_{\text{Pb}} = 7.11 \text{ fm}$

หากเราคิดว่านิวเคลียสเป็นทรงกลมแข็ง (hard sphere) ที่มีรัศมี R เราเขียนฟังก์ชันความหนาแน่นได้ว่าเป็น $3/(4\pi R^3)$ ภายในขอบเขตระยะต่ำกว่ารัศมี R และเป็น 0 นอกเหนือจากนั้น

รูปแบบความหนาแน่น เราจะใช้เป็นรูปของ diffusive profile ชื่อว่า Woods-Saxon [Woods1954] ซึ่งมีสามพารามิเตอร์

$$\rho(r) = \frac{\rho_0}{1 + \exp((r - r_0)/a)}$$

เราอาจใช้ค่าทั่วไป [Krane1987] ที่ให้ผลเหมาะสมกับหลายนิวไคลด์ คือ $r_0 = 1.2 \cdot A^{1/3}$ fm และ ค่าคงที่ความหนาของผิว $a = 0.545$ fm หรืออาจใช้ค่าจากการทดลอง [deJager1974] ของแต่ละชนิดนิวไคลด์ ส่วนค่า ρ_0 เป็น normalization factor ซึ่งต้องเป็นไปตามเงื่อนไข normalization

$$\int_0^\infty \rho(r) d^3r = A \text{ หรือ } \iint \rho(\bar{b}, z) d^2b dz = A$$

ตารางที่ 1 ค่าที่ใช้ในฟังก์ชันความหนาแน่นของนิวเคลียสแบบ Woods-Saxon

นิวไคลด์	r_0 (fm)	a (fm)	ρ_0 (fm ⁻³)
Cu-63	4.21	0.586	0.1701
Au-197	6.38	0.535	0.1693
Pb-208	6.62	0.549	0.1600

ฟังก์ชันความหนาแน่นนิวเคลียสจึงเป็นตาม Fig. 3.

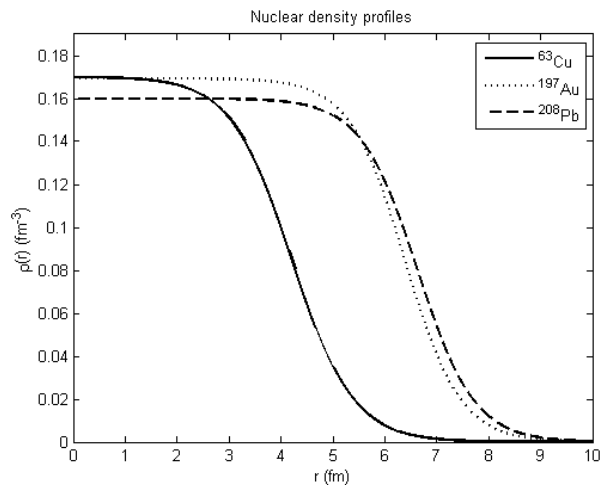


Figure 3: กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาแน่นของนิวเคลียสทองแดง-63 ทอง-197 และตะกั่ว-208

หัวข้อย่อย 2.2 ค่านิติของการชน

การชนกันระหว่างนิวเคลียสสองนิวเคลียสมีมิติของการชนในขั้นแรก (initial state) ที่จะไปมีผลต่อลักษณะของสภาวะสุดท้าย (final state) ในการชนกันของนิวเคลียสนั้น มีมิติที่ต่างจากการชน

แบบจุด เช่นอิเล็กตรอน หรือแม้แต่โปรตอนอยู่มาก เราเริ่มโดยการตั้งแกนเพื่อบรรยายทิศทาง เราสามารถเรียกทิศทางของลำอนุภาคได้ว่าเป็นทิศ z และอีกสองทิศซึ่งตั้งฉาก เป็นทิศ x และ y

นิวเคลียสจะวิ่งเข้าหากันด้วยความเร็วสูง หลังจากชนกันแล้ว พลังงานจะถูกแปรเป็นพลังงานที่ใช้สร้างอนุภาคใหม่ อนุภาคเหล่านี้มีทั้งกลุ่มพลังงานสูง และพลังงานต่ำ การที่เราจะศึกษาลักษณะความเป็นสสาร เราจะเน้นกลุ่มพลังงานต่ำ (soft sector) เพราะจะมีการ thermalization ที่สูงกว่าย่านพลังงานสูง ได้มีการวัดค่าโมเมนตัมของอนุภาคในย่านพลังงานต่ำนี้ และใช้แบบจำลองของไฮโดรในการบรรยายลักษณะของกลุ่มอนุภาคเหล่านี้ได้ [Heinz2002, Tang2007]

พลังงานที่ RHIC มีค่าสูงสุดคือ 100 GeV/นิวคลีออน จากทฤษฎีสัมพัทธภาพแบบพิเศษ (Special Theory of Relativity) เราสามารถคำนวณได้ว่าค่าแกมมามีค่าราว 108 ในขณะที่ที่ LHC พลังงานสูงสุด 2.75 TeV หรือมีค่าแกมมา 2953 โดยทั้งสองแห่ง นิวเคลียสวิ่งด้วยความเร็ว 0.999957412 และ 0.999999943 ตามลำดับ

ค่า impact parameter (b) คือ ระยะห่างระหว่างจุดศูนย์กลางของนิวเคลียสที่เข้ามาชนกันทั้งสอง โดยมีทิศทางตั้งฉากกับทิศทางของลำอนุภาค (b กับ z ตั้งฉากกัน) หากนิวเคลียสทั้งสองชนกันอย่างตรงที่สุด (head on) ค่า impact parameter จะมีค่าเท่ากับศูนย์ ซึ่งเป็นการชนที่มีความเป็นกลางสูงที่สุด (central crossing) ในขณะที่หากนิวเคลียสชนกันแบบเฉียงๆ เราจะได้การชนแบบรอบนอก (peripheral crossing) เวกเตอร์ b และ z นี้เป็นสิ่งที่กำหนด ระนาบของปฏิกิริยา (reaction plane)

ฟังก์ชันความหนา (thickness function)

$$T(\vec{s}) = T(s) = \int_{-\infty}^{\infty} \rho(s, z) dz$$

มี normalization condition: $\int T(s) d^2s = \iint \rho(s, z) dz d^2s = A$

โดยที่ $\vec{s}$ เป็นเวกเตอร์ที่ตั้งฉากกับทิศทางของลำอนุภาค (z) และถึงแม้นิวเคลียสจะถูกบีบในแนว z จากปรากฏการณ์สัมพัทธภาพ แต่อินทิกรัลของฟังก์ชันความหนาจะรวมตลอดช่วง ซึ่งจะมีค่าเท่าเดิมและไม่ขึ้นกับ Lorentz factor กราฟฟังก์ชันความหนาถูกแสดงใน Fig. 4.

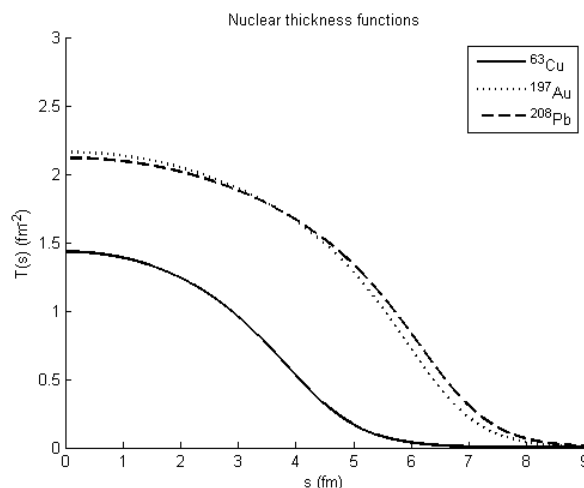


Figure 4: กราฟแสดงฟังก์ชันความหนาของนิวเคลียส Cu-63, Au-197 และ Pb-208

ฟังก์ชันการทับ (overlap function)

$$T_{AB}(b) = \int T_A(s) \cdot T_B(|\vec{b} - \vec{s}|) d^2s$$

ซึ่งมีหน่วยเป็นต่อพื้นที่ ($1/\text{fm}^2$) ฟังก์ชันการทับถูกแสดงให้เห็นใน Fig. 5 โดยมี

normalization condition คือ $\int T_{AB}(b) d^2b = AB$

$$|\vec{b} - \vec{s}| = \sqrt{s^2 + b^2 + 2bs \sin \theta}$$

$$T_{AB}(b) = \int_0^{2\pi} \int_0^\infty T_A(s) \cdot T_B(\sqrt{s^2 + b^2 + 2bs \sin \theta}) s ds d\theta$$

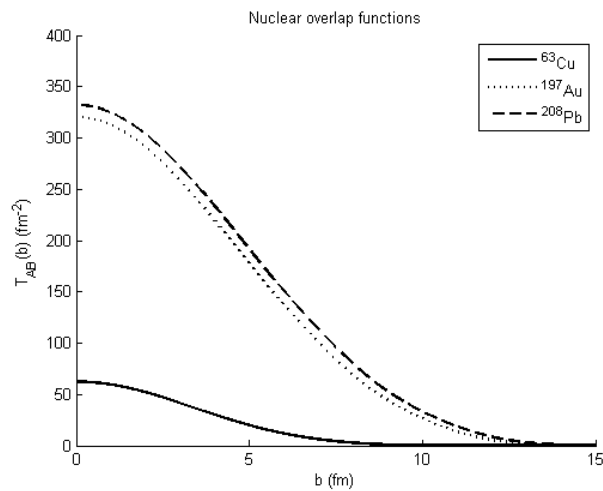


Figure 5 ฟังก์ชันการทับกัน ของนิวเคลียส Cu-63, Au-197 และ Pb-208

3. ค่าที่แสดงถึงสมบัติของระบบ

3.1 จำนวนอนุภาคที่ทำปฏิกิริยาและจำนวนการชน

ความเป็นไปได้ของการทำปฏิกิริยาของแต่ละคู่ นิวคลีออนจะขึ้นกับค่าภาคตัดขวาง (cross section) ของคู่ นิวคลีออน (σ_{NN}) โดยที่

$$\sigma_{NN} = \frac{\sigma_{pp}Z_1Z_2 + \sigma_{nn}N_1N_2 + \sigma_{pn}(Z_1N_2 + Z_2N_1)}{A_1A_2}$$

แต่โดยทั่วไปข้อมูลของนิวตรอนจะไม่ครอบคลุมในช่วงพลังงานที่กว้างมาก เราจึงสามารถใช้ค่าภาคตัดขวางการชนของโปรตอน เนื่องจากภาคตัดขวางของนิวคลีออนมีความคล้ายคลึงกัน (ภายใต้ทฤษฎี strong interactions นิวตรอนและโปรตอนถูกมองเป็นสองสถานะของอนุภาคเดียวกัน) ดังแสดงใน Fig. 6

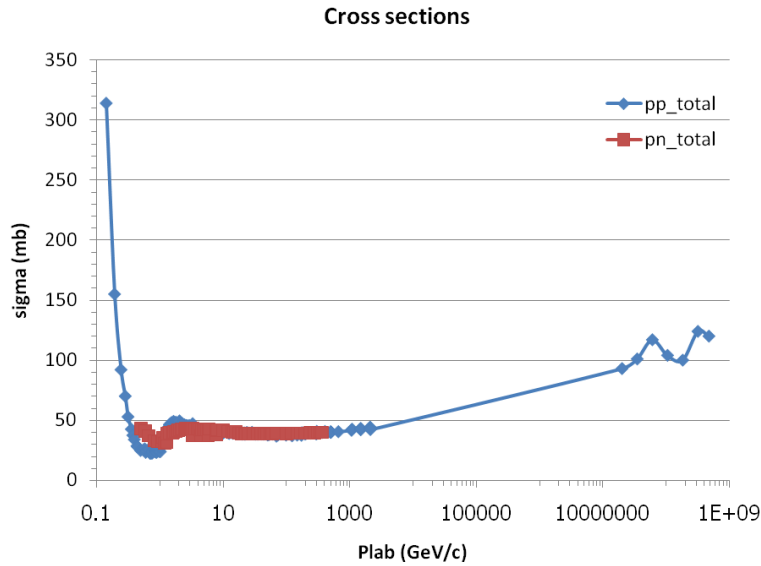


Figure 6: ภาคตัดขวางโดยรวม ระหว่างโปรตอน-โปรตอน เปรียบเทียบกับ โปรตอน-นิวตรอน

โดยค่าภาคตัดขวางระหว่างโปรตอนนั้นเปลี่ยนแปลงไปตามพลังงานการชน เราใช้ข้อมูลอ้างอิงจาก [Amsler2008] เราจะเปรียบเทียบค่าภาคตัดขวางที่พลังงาน $\sqrt{s_{NN}} = 20, 63, 200$, และ 5500 GeV โดยวิเคราะห์เชิงคิเนมาติกส์ (kinematics)

ตัวแปรแมนเดลสแตม (Mandelstam) ที่มีความเกี่ยวข้องกับพลังงานในการชนคือ s ซึ่งมีค่าเท่ากับ

$$\begin{aligned} s &= (p_1 + p_2)^2 = (E_1 + E_2)^2 - (\vec{p}_1 + \vec{p}_2)^2 \\ &= m_1^2 + m_2^2 + 2E_1E_2 - 2\vec{p}_1 \cdot \vec{p}_2 \end{aligned}$$

โดยใช้คำจำกัดความ $E^2 = m^2 + |\vec{p}|^2$

ต่อไปทำการคำนวณโมเมนตัมของโปรเจกไทล์ (incident momentum) ในเฟรมที่เป้านิวเคลียสอยู่นิ่ง (fixed target frame) ซึ่งนี่คือสิ่งที่บอกถึงความรุนแรงในการชนได้ชัดเจน ใช้สมบัติความคงที่ (invariance) ของผลคูณสเกลาร์ 4-เวกเตอร์ (four-momentum scalar product)

$$\begin{aligned} p_{tot} &= (E_1 + E_2, 0, 0, 0) \\ p'_{tot} &= (E'_1 + m_2, p'_{1x}, 0, 0) \\ p_{tot} \cdot p_{tot} &= p'_{tot} \cdot p'_{tot} \\ (E_1 + E_2)^2 &= (E'_1 + m_2)^2 - |\vec{p}'_{1x}|^2 \end{aligned}$$

ดังนั้น โมเมนตัมของอนุภาคที่วิ่งเข้าชนคือ

$$|\vec{p}'_{1x}| = \sqrt{\frac{[(E_1 + E_2)^2 - (m_1 + m_2)^2]^2 - 4m_1^2m_2^2}{4m_2^2}}$$

หากพิจารณากรณีสมมาตรที่ $E_1=E_2$ และ $m_1=m_2$ จะได้ค่าโมเมนตัม (Table 2)

$$|\vec{p}'_{1x}| = \frac{2E}{m} \sqrt{E^2 - m^2}$$

Table 2: ค่าโมเมนตัมที่พลังงานการชนต่างๆ

E_{beam} (GeV/นิวคลีออน)	p (GeV/c)
10	213.7
31.2	2,089.1
100	21,469.8
2750	16,237,250.8

ค่าภาคตัดขวางที่เราจะใช้คำนวณเป็นค่าของการชนแบบไม่ยืดหยุ่น (inelastic) ซึ่งเป็นส่วนของค่าภาคตัดขวางที่จะสร้างอนุภาคใหม่ โดย $\sigma_{inel} = \sigma_{tot} - \sigma_{el}$

อ่านค่าจาก [Amsler2008] เห็นได้ว่าค่าแบบยืดหยุ่นจะคงที่ราว 7.6 ± 0.3 mb นับจากโมเมนตัม 1 TeV/c ขึ้นไป ในขณะที่ค่าแบบไม่ยืดหยุ่นจะสูงขึ้นตามโมเมนตัม

ใช้ interpolation จะประมาณค่าภาคตัดขวาง inelastic จะเห็นได้ว่าค่าภาคตัดขวาง σ_{tot} ในช่วง p 10-100 GeV/c นั้นไม่เปลี่ยนแปลงมากนัก มีค่าราว 39-44 mb แต่จะก้าวกระโดดขึ้นมากที่ 1.6×10^7 GeV/c เป็นราว 90 ± 14 mb ผลนี้มาจากการวัดค่าภาคตัดขวางจากการทดลองรังสีคอสมิกที่หอสังเกตการณ์รังสีคอสมิกอาเคโน [Honda1993] ในการศึกษาขึ้น ค่าภาคตัดขวางของคอสมิกโปรตอนกับอากาศได้ถูกเขียนเป็นฟังก์ชันซึ่งแปรตามพลังงาน $\sigma_{tot}^{p-p} = 38.5 + 1.37 \cdot \ln^2(E/10)$ mb ด้วย E ในหน่วย GeV

ค่าภาคตัดขวางแบบรวมจะได้เป็น $\sigma_{tot} = 39 \pm 1$ mb ที่ 20 GeV, $\sigma_{tot} = 44.0 \pm 0.4$ ที่ 62.4 GeV, $\sigma_{tot} = 42.2 \pm 3.5$ mb ที่ 200 GeV, และ $\sigma_{tot} = 90 \pm 14$ mb ที่ 5.5 TeV ค่าภาคตัดขวางแบบยืดหยุ่นคือ $\sigma_{el} = 6.9 \pm 0.5$ mb ที่ 20 GeV และ $\sigma_{el} = 7.6 \pm 0.3$ mb ที่พลังงาน 62.4 GeV, 200 GeV, และ 5.5 TeV ดังนั้น ค่าภาคตัดขวางแบบไม่ยืดหยุ่นสามารถประมาณค่าได้เป็น $\sigma_{20\text{GeV}} = 32.1 \pm 1.1$ mb, $\sigma_{62.4\text{GeV}} = 36.4 \pm 0.5$ mb, $\sigma_{200\text{GeV}} = 34.6 \pm 3.5$ mb, และ $\sigma_{5.5\text{TeV}} = 82.4 \pm 14.0$ mb

จำนวนการชนสูงสุดระหว่างนิวเคลียสที่มีเลขมวล A และ B คือ AB. ดังนั้นการที่จะเกิดการชน (hit) ที่ impact parameter b นั้นมีความเป็นไปได้

$$P(b) = \frac{N_{\text{coll}}(b)}{N_{\text{coll,max}}} = \frac{\sigma_{pp} \cdot T_{AB}(b)}{AB}$$

คู่ นิวคลีออนจะต้อชน หรือ ไม่ชน อย่างไรอย่างหนึ่ง ดังนั้นโอกาสที่จะไม่ชน (miss) จึงเท่ากับ $1 - P(b)$ และโอกาสที่จะเกิดการชน n ครั้ง ที่ b เท่ากับ

$$P_{AB}(n, b) = \binom{AB}{n} \left(\frac{\sigma_{pp} \cdot T_{AB}(b)}{AB} \right)^n \left(1 - \frac{\sigma_{pp} \cdot T_{AB}(b)}{AB} \right)^{AB-n}$$

$$= \binom{AB}{n} \left(\frac{N_{coll}(b)}{AB} \right)^n \left(1 - \frac{N_{coll}(b)}{AB} \right)^{AB-n}$$

จากสมบัติของการกระจายไบนอมิยัล (binomial expansion) ความน่าจะเป็นทั้งหมดที่จะเกิดการชนใดๆ มีค่าเท่ากับ

$$\sum_{n=1}^{AB} P_{AB}(n, b) = \sum_{n=1}^{AB} \binom{AB}{n} \left(\frac{N_{coll}(b)}{AB} \right)^n \left(1 - \frac{N_{coll}(b)}{AB} \right)^{AB-n}$$

$$= \left[\left(\frac{N_{coll}(b)}{AB} \right) + 1 - \left(\frac{N_{coll}(b)}{AB} \right) \right]^{AB} - \left[1 - \left(\frac{N_{coll}(b)}{AB} \right) \right]^{AB}$$

$$= 1 - \left[1 - \left(\frac{N_{coll}(b)}{AB} \right) \right]^{AB}$$

เนื่องจาก

$$\left[1 - \left(\frac{N_{coll}(b)}{AB} \right) \right]^{AB} = \left[1 - \frac{\sigma_{pp} \cdot T_{AB}(b)}{AB} \right]^{AB}$$

ค่า $\sigma_{pp} \cdot T_{AB}(b)$ มักมีค่าต่ำกว่า AB มาก ดังนั้นเราสามารถใช้ในการประมาณ

$$\lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n} \right)^n = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + n \frac{x}{n} + \frac{n(n-1)}{2!} \left(\frac{x}{n} \right)^2 + \frac{n(n-1)(n-2)}{3!} \left(\frac{x}{n} \right)^3 + \dots \right)$$

$$e^x = 1 + x + \frac{x^2}{2!} + \frac{x^3}{3!} + \frac{x^4}{4!} + \dots = \lim_{n \rightarrow \infty} \left(1 + \frac{x}{n} \right)^n$$

$$\left[1 - \frac{\sigma_{pp} \cdot T_{AB}(b)}{AB} \right]^{AB} \cong \exp(-\sigma_{pp} \cdot T_{AB}(b)) = \exp(1 - N_{coll}(b))$$

ค่าภาคตัดขวางรวมทุกค่า b สามารถเขียนได้ว่า

$$\sigma_{AB} = \int \left(\sum_{n=1}^{AB} P_{AB}(n, b) \right) d^2b = \int \left(1 - \left[1 - \frac{\sigma_{pp} \cdot T_{AB}(b)}{AB} \right]^{AB} \right) d^2b$$

จำนวนนิวคลีออนที่เข้าร่วมการชน (participants, N_{par}) และ จำนวนการชนแบบคู่ (binary collisions, N_{coll}) คำนวณได้จากฟังก์ชันของความหนา (thickness function) และ ความทับกัน (overlap function)

$$N_{par}(b) = \int [T_A(s) \cdot (1 - \exp(-\sigma_{inel} T_B(|\bar{b} - \bar{s}|))) + T_B(|\bar{b} - \bar{s}|) \cdot (1 - \exp(-\sigma_{inel} T_A(s)))] d^2s$$

ส่วนนิวคลีออนที่ไม่ได้มีส่วนร่วม จะเรียกว่า spectators (N_{spec}) ซึ่งจะเท่ากับ $A + B - N_{par}$
กราฟที่ Fig. 7 แสดงจำนวนนิวคลีออนที่ร่วมปฏิกิริยาระหว่างคู่สมมาตรต่างๆ โดย $\sigma_{inel} = 36$ mb

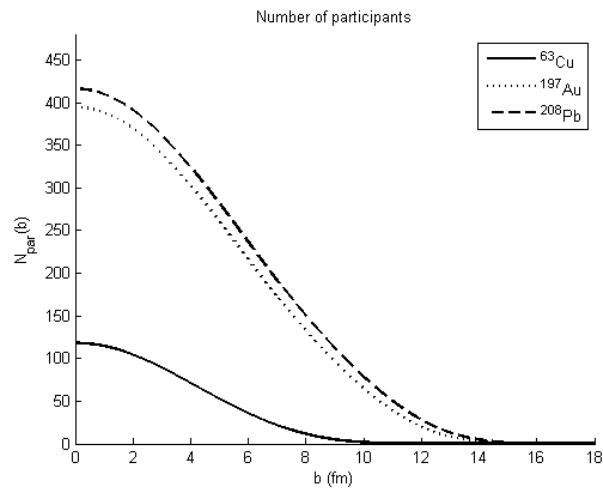


Figure 7: จำนวนนิวคลีออนที่เข้าชนระหว่างคู่ ทองแดง-63 ทอง-197 และ ตะกั่ว-208

จำนวนการชนจะแปรผันตรงกับฟังก์ชันการทับ (overlap function) และโอกาสในการชน (cross section): $N_{\text{coll}}(b) = \sigma_{NN} \cdot T_{AB}(b)$ กราฟของจำนวนการชนที่เป็นฟังก์ชันของค่า b ถูกแสดงใน Fig. 8 โดยจำนวนชนในการชนแบบเป็นศูนย์กลาง จะเพิ่มจากราว 1100-1200 ณ. RHIC ไปเป็นราว 2600 ณ LHC

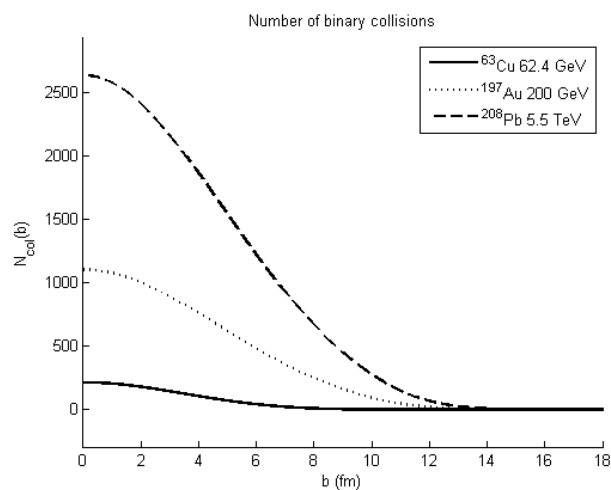


Figure 8: จำนวนการชนแบบเป็นคู่ Cu-63 ที่ 62.4 GeV Au-197 ที่ 200 GeV และ Pb-208 ที่ 5.5 TeV

5. สรุป

เราได้นำเสนอการวิเคราะห์การชนกันของนิวเคลียสหนักที่พลังงานสูงในเชิงเรขาคณิตและเชิงคิเนมาติกส์ ในสสารนิวเคลียร์ที่มีพลังงานและความหนาแน่นสูง ค่าภาคตัดขวางของการชนระหว่างนิวคลีออนจะขึ้นกับพลังงาน รวมทั้งคำนวณค่าการชนคือจำนวนนิวคลีออนที่มีส่วนร่วมและจำนวนการชน แม้ว่าจำนวนนิวคลีออนที่มีส่วนร่วมที่ RHIC และ LHC จะคล้ายกัน แต่จำนวนการชน

แบบไม่ยืดหยุ่นน่าจะเพิ่มเป็นเท่าตัวที่ LHC และจะนำไปสู่การเพิ่มของจำนวนอนุภาคที่ถูกสร้างขึ้น
จำนวนอนุภาคที่ถูกผลิตมากขึ้นที่ LHC อาจแสดงความเป็นกลุ่มเดียวที่ชัดเจนขึ้น

7. เอกสารอ้างอิง

1. [Ollitrault1998] Ollitrault, J.-Y., 1998. Nucl. Phys. A 638, pp. 195-206.
2. [Adams2004] Adams, J., et al., 2004. Phys. Rev. Lett. 93, p. 252301.
3. [Gross1973] Gross, D. J. and Wilczek, F., 1973. Phys. Rev. D 8, p. 3633.
4. [Politzer1973] Politzer, H. D., 1973. Phys. Rev. Lett. 30, p. 1346.
5. [BRAHMS] BRAHMS Collaboration, Arsene, I., et al., 2005. Nucl. Phys. A 757, p. 1.
6. [PHOBOS] PHOBOS Collaboration, Back, B. B., et al., 2005. Nucl. Phys. A 757, p. 28.
7. [STAR] STAR Collaboration, Adams, J., et al., 2005. Nucl. Phys. A 757, p. 102.
8. [PHENIX] PHENIX Collaboration, Adcox K., et al., 2005. Nucl. Phys. A 757, p. 184.
9. [Shuryak1978] Shuryak, E. V., 1978. Quark Gluon Plasma and Hadronic Production of Leptons, Photons, and Pions. Phys. Lett. B 78, p. 150.
10. [Bjorken1983] Bjorken, J. D., 1983. Highly Relativistic Nucleus-Nucleus Collisions: the Central Rapidity Region. Phys. Rev. D 27, p. 140.
11. [Karsch2002] Karsch, F., 2002. Lattice Results on QCD Thermodynamics. Nucl. Phys. A 698, p. 199c.
12. [Woods1954] Woods, R. D. and Saxon, D. S., 1954. Phys. Rev. 95, p. 577.
13. [Krane1987] Krane, K. S., 1988. Introduction to Nuclear Physics, Wiley, New York, p.394.
14. [deJager1974] de Jager, C. W., de Vries, H., and de Vries, C., 1974. Atomic Data and Nuclear Data Tables 14, p. 485.
15. [Heinz2002] Heinz, U. and Kolb, P. F., 2002. Proc. 18th Winter Workshop on Nuclear Dynamics (R. Bellwied, J. Harris, and W. Bauer, eds.), pp. 205-216, EP Systema, Debrecen, Hungary, hep-ph/0204061.
16. [Tang2007] Tang, A. H., 2007. J. Phys. G34, pp. S277-S285.
17. [Amsler2008] Amsler, C. et al., 2008. Phys. Lett. B667, p. 1.
18. [Honda1993] Honda, M., Nagano, M., Tonwar, S., Kasahara, K., Hara, T., Hayashida, N., Matsubara, Y., Teshima, M., and Yoshida, S., 1993. Phys. Rev. Lett. 70, pp. 525-528.